

## Proses Berpikir Aljabar Berdasarkan Level Kognitif Mahasiswa

Arie Purwa Kusuma<sup>1</sup>, Nurina Kurniasari Rahmawati<sup>2</sup>, Arfatin Nurrahmah<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>STKIP Kusumanegara, <sup>3</sup>Universitas Indraprasta PGRI Jakarta

<sup>1</sup>[arie\\_pk@stkipkusumanegara.ac.id](mailto:arie_pk@stkipkusumanegara.ac.id), <sup>2</sup>[nurinakr@stkipkusumanegara.ac.id](mailto:nurinakr@stkipkusumanegara.ac.id),

<sup>3</sup>[arfatin.nurrahmah@unindra.ac.id](mailto:arfatin.nurrahmah@unindra.ac.id)

---

---

### Article Info

#### Article history:

Received Sep 21<sup>th</sup> 2023

Revised Oct 24<sup>th</sup> 2023

Accepted Nov 16<sup>th</sup> 2023

---

#### Keywords:

Algebraic thinking process;  
Cognitive level;  
Students

### Abstract

Algebraic thinking skills need to be developed through learning mathematics, this is necessary to improve understanding of algebraic concepts. The ability to generalize experiences about numbers and calculations is a component of algebraic thinking abilities. It is important to know the student's algebraic thinking process. By knowing the student's thinking process, you can find out where the student's difficulties are and the causes of these difficulties. This research aims to analyze students' algebraic thinking processes based on students' cognitive levels. This research is qualitative research with an exploratory method. The subjects of this research were 21 Semester II Mathematics Education students at STKIP Kusuma Negara Jakarta. The data collection technique begins with giving algebraic thinking questions. The data analysis techniques used are data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The research results showed that students in the high and medium categories met the indicators for all algebraic thinking, while students in the low category did not meet the algebraic thinking indicators. At the cognitive level, S1 subject meet all cognitive levels, S2 subject do not meet the cognitive level of knowledge utilization, and S3 subject only meet the cognitive analysis knowledge level.

---

---

### Kata Kunci:

Proses berpikir aljabar;  
Level kognitif;  
Mahasiswa

### Abstrak

Kemampuan berpikir aljabar perlu dikembangkan melalui pembelajaran matematika, hal tersebut diperlukan dalam meningkatkan pemahaman konsep aljabar. Kemampuan menggeneralisasi pengalaman tentang bilangan dan perhitungan merupakan komponen kemampuan berpikir aljabar. Penting untuk mengetahui proses berpikir aljabar mahasiswa, dengan mengetahui

---

proses berpikir mahasiswa dapat mengetahui letak kesulitan mahasiswa dan penyebab kesulitan tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis proses berpikir aljabar mahasiswa berdasarkan level kognitif mahasiswa. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan metode eksploratif. Subjek penelitian ini adalah 21 mahasiswa Pendidikan Matematika Semester II STKIP Kusuma Negara Jakarta. Teknik pengumpulan data dimulai dari pemberian soal berpikir aljabar. Teknik analisis data yang digunakan yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian diperoleh mahasiswa pada kategori tinggi dan sedang memenuhi indikator semua berpikir aljabar, mahasiswa dengan kategori rendah tidak memenuhi indikator berpikir aljabar. Pada level kognitif subjek S1 memenuhi semua level kognitif, subjek S2 tidak memenuhi level kognitif *utilization knowledge*, dan subjek S3 hanya memenuhi level kognitif *analysis knowledge*.

---

---

## PENDAHULUAN

Kegagalan sebagian besar guru matematika dalam mengidentifikasi pengetahuan mahasiswa yang hilang menjadi perhatian serius bagi calon guru untuk mengetahui/mengidentifikasi pengetahuan mahasiswa yang kurang dalam memecahkan masalah matematika (Zuya, E. H., & Kwalat, S. K., 2015). Sebagai seorang guru sudah seharusnya memberikan materi yang variatif kepada peserta didik dan juga sering memberikan persoalan yang berkaitan dengan permasalahan matematis agar dapat melatih kemampuan matematika (Destrianti, *et al.*, 2022). Salah satu bidang matematika yang diajarkan di tingkat universitas adalah aljabar. Menurut (Agoestanto *et al.*, 2019) dasar-dasar aljabar sangat penting bagi mahasiswa untuk belajar aljabar di masa depan. Menurut (Usiskin, 2012) aljabar diperlukan karena aljabar pada dasarnya merupakan salah satu prinsip yang digunakan untuk memecahkan masalah. Berdasarkan beberapa penelitian terkait berpikir aljabar dengan subjek penelitiannya adalah tingkat dasar hingga menengah, telah menunjukkan bahwa hasil berpikir aljabar mahasiswa masih mengalami kesulitan, mahasiswa yang kurang memiliki kemampuan dasar aljabar cenderung gagal dalam

memecahkan masalah aljabar, lemah dalam penyederhanaan persamaan dan ekspresi aljabar, dan mengalami kesulitan dalam menafsirkan grafik kuadrat (Mustaffa *et al.*, 2015).

Permasalahan tersebut menjadi kendala bagi beberapa mahasiswa ketika menjadi mahasiswa di sebuah universitas. Penelitian menunjukkan bahwa banyak mahasiswa yang kesulitan memahami konsep aljabar di tingkat Sekolah Menengah dan Pendidikan Tinggi (Faizah, 2019). Salah satu kesulitannya adalah mahasiswa tidak mampu menghubungkan aljabar dasar yang diperoleh di tingkat sekolah dengan aljabar yang ada di perguruan tinggi (Suominen, 2018). Berdasarkan studi awal, diperoleh kenyataan lapangan bahwa mahasiswa STKIP Kusumanegara Prodi Pendidikan Matematika, rata-rata kemampuan berpikir aljabarnya masih rendah, hal tersebut terlihat dari hasil mahasiswa yang kemampuan berpikir aljabar tinggi sebanyak 18% mahasiswa, pada kategori sedang sebanyak 36% mahasiswa, dan 46% masuk dalam kategori kemampuan berpikir aljabar rendah. Berdasarkan studi awal tersebut juga diperoleh bahwa mahasiswa masih kesulitan dalam mengerjakan soal aljabar. Sebagian besar mahasiswa tidak dapat memberikan jawaban yang tepat pada permasalahan soal tersebut.

Berdasarkan hasil analisis mahasiswa cenderung belum mampu menggeneralisasi sehingga dalam mengerjakan persamaannya belum benar dan kesimpulan tidak relevan. Selain itu, mahasiswa juga belum mampu mengabstraksi informasi sehingga mahasiswa tidak mampu menulis simbol matematika dan belum mampu menerapkan konsep pemodelan matematika. Kemampuan berpikir aljabar mahasiswa yang relatif rendah terhambat dalam representasi masalah dan kemampuan dalam membuat strategi untuk memecahkan masalah matematika. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam menggambarkan dan menganalisis pola numerik karena mahasiswa tidak memahami masalah yang harus dipecahkan dalam suatu pola dan tidak tahu bagaimana menentukan pola selanjutnya sebagai solusi dalam menyelesaikan masalah matematika. Pemecahan masalah matematika di sekolah biasanya diwujudkan melalui soal cerita. Dalam penyelesaian soal cerita, terlebih dahulu siswa harus dapat memahami isi

soal cerita, mampu memisalkan objek-objek dalam masalah dalam bentuk simbol-simbol matematika (Nissa, 2021).

Selain melakukan pemodelan dalam masalah matematika, faktor lain adalah kekurangan kemampuan untuk melakukan pemodelan situasi masalah dengan objek dan representasi penggunaan, seperti tabel, grafik, dan persamaan untuk menarik kesimpulan (Pratiwi *et al.*, 2018). Pendapat lain juga menyatakan bahwa kurangnya aljabar dapat menyebabkan kesulitan dalam studi lebih lanjut seperti kalkulus (Müller *et al.*, 2014), dan keterampilan matematika lainnya seperti pembuktian matematika (Mustafa & Derya 2018) dan pemecahan masalah (Ferryansyah *et al.*, 2018). Peneliti mengklaim bahwa salah satu alasan untuk kesulitan ini adalah bahwa kelas aljabar sering berfokus pada manipulasi simbol dan prosedur di atas, dan seringkali dengan mengorbankan pemahaman konten yang lebih konseptual (Walkoe, J. 2015).

Kesulitan yang dihadapi mahasiswa dapat ditelusuri untuk menyarankan perbaikan dengan menganalisis proses berpikir mahasiswa. Proses berpikir dapat dianalisis pada saat mahasiswa menulis proses tes tertulis yang berkaitan dengan materi aljabar. Hal ini sesuai dengan klaim pemikiran aljabar, yang merupakan metode bagi mahasiswa untuk menggeneralisasikan konsep atau ide matematika dari sebuah contoh untuk mengumpulkan generalisasi tersebut yang disajikan dengan jelas secara tertulis, atau melalui diskusi (argumen) dan presentasi eksplisit berdasarkan usia dari (Quinlan, 2001). Proses berpikir aljabar mahasiswa diekspresikan melalui tulisan saat melakukan tes tertulis, ditemukan pula kemampuan mahasiswa dalam berkomunikasi secara matematis secara tertulis.

Terdapat beberapa cara untuk menelusuri proses berpikir, pada penelitian ini ditelusuri berdasarkan taksonomi Marzano. (Marzano dan Kendall, 2006) telah mengembangkan model klasifikasi yang menggabungkan banyak faktor yang mempengaruhi cara berpikir mahasiswa. Dalam pengembangan model taksonomi Marzano menjelaskan bagaimana informasi diproses setelah keputusan untuk berpartisipasi diperkenalkan. Model taksonomi Marzano menguraikan tiga sistem mental yaitu sistem diri, sistem metakognisi, dan sistem kognitif. Sistem kognitif

memiliki empat tingkatan yaitu mengambil kembali, memahami, menganalisis, dan menggunakan pengetahuan. Sedangkan komponen model yang keempat adalah pengetahuan, setiap sistem mempengaruhi seberapa sukses mahasiswa dalam menyelesaikan tugas. (Kuswana, 2012) menjelaskan bahwa taksonomi Marzano adalah sistem yang mengklasifikasikan tujuan hasil dan teori. Taksonomi Marzano dapat digunakan untuk membuat pertanyaan dan membantu mengukur kemampuan mahasiswa dalam menerapkan level tertentu. Rendahnya kemampuan berpikir aljabar juga dipengaruhi dari tingkat kepercayaan diri mahasiswa dalam mengerjakan soal. Beberapa mahasiswa merasa kurang percaya diri ketika melihat soal, sehingga berdampak pada saat mengerjakan soal.

Berdasarkan permasalahan tersebut maka diperlukan kajian secara mendalam untuk melihat secara mendetail proses berpikir aljabar mahasiswa berdasarkan taksonomi Marzano dalam menyelesaikan permasalahan aljabar. Beberapa penelitian belum meneliti proses berpikir aljabar mahasiswa dalam memecahkan masalah aljabar berdasarkan informasi teori pemrosesan taksonomi Marzano. Jadi, penelitian ini akan mendeskripsikan karakterisasi proses berpikir aljabar mahasiswa pada indikator generasional dalam memecahkan masalah berdasarkan taksonomi Marzano.

Berpikir aljabar merupakan cara berpikir dengan angka yang tidak diketahui pada saat menganalisis suatu hubungan struktur dalam bilangan yang dilambangkan dengan simbol ataupun non-simbol (Radford, 2014). Ini melibatkan generalisasi aritmatika dan memberikan penalaran yang terkait dengannya, pengembangan model matematika (mental dan formal) dalam memecahkan masalah aljabar, merumuskan, dan memvisualisasikan pola dan konstruksi bahasa aljabar (Dekker & Dolk, 2011; Hendroanto, et al. .2018).

Salah satu cara untuk menentukan generalisasi sampel mahasiswa adalah dengan menggunakan pengklasifikasi Marzano yang dikembangkan oleh (Marzano dan Kendall, 2006). (Marzano dan Kendall, 2006) telah mengembangkan model klasifikasi yang menggabungkan banyak faktor yang mempengaruhi cara berpikir mahasiswa. Klasifikasi Marzano

menjelaskan bagaimana informasi diproses setelah keputusan untuk berpartisipasi dibuat. Model taksonomi Marzano menguraikan tiga sistem mental yaitu sistem diri, sistem metakognisi, dan sistem kognitif.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif menggunakan metode kualitatif. Penelitian deskriptif berisi data yang dikumpulkan dan dijelaskan dengan kalimat. Peneliti menganalisis jawaban tertulis dan lisan untuk mendapatkan data tentang tipe proses berpikir aljabar mahasiswa berdasarkan level kognitif taksonomi Marzano. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian yang lebih memprioritaskan inti permasalahan daripada menyimpulkan suatu masalah (Arifin, 2012). Mendukung metode tersebut, teknik analisis data kualitatif yang digunakan adalah sebagai berikut mentranskrip data, mereduksi data dengan membuat abstraksi, menyusun setiap bagian data dan mengelompokkan dengan membuat koding, membuat tipe proses berpikir aljabar berdasarkan level kognitif, dan membuat kesimpulan Miles & Huberman (dalam Sugiyono, 2015).

Sampel penelitian ini adalah mahasiswa salah satu perguruan tinggi di Jakarta yang merupakan calon guru matematika, mahasiswa yang diteliti adalah mahasiswa semester II program studi pendidikan matematika. Teknik pemilihan subjek yang digunakan adalah teknik *purposive sampling*. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan melibatkan 21 mahasiswa sebagai subjek penelitian yang terdiri dari 15 mahasiswa perempuan dan 6 mahasiswa laki-laki. Adapun mahasiswa yang dijadikan sampel adalah mahasiswa yang sudah mengikuti mata kuliah program linear. Berdasarkan data yang terkumpul, dari 21 subjek penelitian terpilih 5 orang mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi, kemudian 9 orang mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang, dan 7 orang mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar rendah, selanjutnya terpilih wakil masing-masing 2 mahasiswa dari setiap kategori. Kemudian berdasarkan variasi jawaban, keunikan jawaban dan kemampuan komunikasi, dari 6 subjek penelitian dipilih 3 mahasiswa untuk mengikuti wawancara mendalam. Peneliti memilih 3 dari 6

mahasiswa untuk mengikuti wawancara membahas proses berpikir aljabar yang terjadi. Alasan pemilihan subjek tersebut berdasarkan pada terpenuhinya kemampuan berpikir aljabar berdasarkan masing-masing kategori kemampuan berpikir aljabar. Selanjutnya, kedua subjek tersebut diberi kode S1, S2, dan S3.

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes dan wawancara. Format wawancara yang digunakan adalah wawancara semi terstruktur. Menurut (Sugiyono, 2019), analisis data dalam penelitian kualitatif dilakukan pada saat pengumpulan data berlangsung dan setelah selesai pengumpulan data dalam periode tertentu.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil kemampuan berpikir aljabar yang diberikan kepada semua mahasiswa, diperoleh pengelompokkan kemampuan berpikir aljabar seperti ditunjukkan Tabel 1.

**Tabel 1. Kemampuan Berpikir Aljabar Mahasiswa**

Jumlah Mahasiswa yang Mengikuti Tes	Kemampuan Berpikir Aljabar		
	Tinggi	Sedang	Rendah
21	5	9	7

Berikut ini adalah hasil kerja mahasiswa terkait proses berpikir aljabar pada mahasiswa Pendidikan Matematika STKIP Kusuma Negara dalam menyelesaikan masalah berdasarkan level kognitif.

Penelitian ini dilakukan dengan memberikan tiga butir soal kepada mahasiswa untuk memperoleh hasil kerja mahasiswa. Setelah mahasiswa mengerjakan soal kemudian dilakukan proses wawancara untuk memperoleh informasi letak kesulitan yang dialami oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal. Di bawah ini adalah contoh hasil tugas dan wawancara dengan mahasiswa.

Soal:

*Sabrina, Geovani, Agatha dan tari akan membeli bola basket dan sepak bola. Sebagai hukuman karena kehilangan bola, Sabrina dan Geovani membeli 2 bola basket dan 1 bola sepak seharga Rp 170.000. Kemudian Agatha dan Tari membeli 1 bola basket dan 3 bola sepak seharga Rp 185.000. Tentukan harga 1 bola basket dan 1 bola kaki tersebut!*

### Kemampuan Berpikir Aljabar Kategori Tinggi (Subjek S1)

Sistem kognitif ini ditandai dengan subjek S1 yang diungkapkan melalui penelusuran wawancara dengan membaca soal. Subjek S1 melakukan identifikasi masalah seperti yang disajikan pada Gambar 1 berikut.

The image shows handwritten mathematical work on lined paper, categorized into four stages of problem-solving:

- Retrieval:** The student identifies the problem by writing:
 
$$A = 2 \text{ Bola Basket} + 1 \text{ Bola Kaki} = \text{Rp } 170.000,-$$

$$B = 1 \text{ Bola Basket} + 3 \text{ Bola Kaki} = \text{Rp } 185.000,-$$
 and asks: "Dit: Harga 1 Bola Basket dan 1 Bola Kaki?"
- Comprehension knowledge:** The student translates the problem into algebraic equations:
 
$$A = 2 \text{ Bola Basket} + 1 \text{ Bola Kaki} = \text{Rp } 170.000,-$$

$$= 2x + 1y = 170.000$$

$$B = 1 \text{ Bola Basket} + 3 \text{ Bola Kaki} = \text{Rp } 185.000,-$$

$$= 1x + 3y = 185.000$$
- Analysis:** The student uses the elimination method:
 
$$\begin{array}{r} 2x + y = 170.000 \quad | \times 3 \\ x + 3y = 185.000 \quad | \times 1 \\ \hline 6x + 3y = 510.000 \\ x + 3y = 185.000 \quad - \\ \hline 5x = 325.000 \\ x = \frac{325.000}{5} = 65.000 \end{array}$$
- Utilization:** The student finds the value of y by substituting x:
 
$$\begin{array}{r} x + 3y = 185.000,- \\ 65.000 + 3y = 185.000 \\ 3y = 185.000 - 65.000 \\ 3y = 120.000 \\ y = \frac{120.000}{3} = 40.000 \\ y = 40.000 \end{array}$$
 and concludes: "Jadi, harga satu buah Bola Basket (x) = Rp 65.000,- dan, harga satu buah Bola Kaki (y) = Rp 40.000,-"

Gambar 1. Hasil Pekerjaan Subjek S1

Berdasarkan hasil pekerjaan subjek S1, semua informasi yang terdapat pada soal ditulis oleh subjek S1, selanjutnya subjek S1 memberikan pemaparan mengenai jumlah masing-masing bola basket dan



voli, kemudian subjek mampu menentukan makna variabel dari suatu masalah, subjek juga mampu menyebutkan semua unsur yang diketahui pada soal sehingga semua variabel dicantumkan, sehingga subjek mampu menuliskan langkah-langkah yang sistematis. Berdasarkan sistem kognitif pada hasil pekerjaan subjek S1 di Gambar 1, subjek S1 dapat menyelesaikan dengan baik soal yang diberikan. Pada level 1 yaitu *Retrieval Knowledge*, subjek S1 mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dengan baik. Pada level 2 yaitu *Comprehension Knowledge*, subjek S1 mampu menjabarkan pemisalan dan persamaan dengan benar secara berurutan sesuai dengan langkah-langkahnya. Pada level 3 yaitu *Analysis Knowledge*, subjek S1 mampu menentukan sebuah metode penyelesaian soal sehingga memperoleh jawaban yang benar. Pada level 4 yaitu *Utilization Knowledge*, subjek S1 mampu menjawab pertanyaan dan menuliskan kesimpulan dengan benar. Dengan demikian, berdasarkan penyampaian tersebut dapat disimpulkan bahwa subjek S1 mampu memenuhi semua level kognitif yaitu *retrieval knowledge*, *comprehension knowledge*, *analysis knowledge*, dan *utilization knowledge*. Berikut disampaikan hasil penelusuran melalui wawancara dengan subjek S1.

P1 : Apa yang Anda pikirkan ketika diberikan soal tersebut?

S1 : Memahami soal dengan menentukan apa yang diketahui kemudian apa yang ditanyakan, Pak. Selanjutnya, menentukan penyelesaiannya.

P1 : Apa yang ada lakukan setelah mengetahui informasi-informasi yang ada pada soal?

S1 : Membuat pemisalan untuk bola basket  $x$  dan bola kaki  $y$  untuk mempermudah dalam penyelesaian soal. Kemudian menentukan penyelesaiannya.

P1 : Apa yang menjadi tujuan dari pertanyaan pada soal ini?

S1 : Menentukan harga sebuah bola, Pak.

P1 : Metode apa yang Anda gunakan? Coba jelaskan!

S1 : Dalam pengerjaan atau penyelesaiannya lebih mudah dan cepat, Pak.

Berdasarkan hasil wawancara, diperoleh bahwa subjek S1 dapat memahami masalah yang dihadapi dan menentukan solusi yang tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut. Subjek S1 juga mampu menguraikan proses penyelesaian masalah pada lembar jawaban dan menunjukkan metode yang dipilih secara jelas dan rinci. Penjelasan yang tertulis pada lembar jawaban menunjukkan keyakinan terhadap strategi yang dipilih. Subjek S1 telah memahami permasalahan, mahasiswa dapat menjelaskan maksud dan tujuan permasalahan. Subjek S1 mampu menyelesaikan empat level kognitif yaitu *Retrieval Knowledge*, *Comprehension Knowledge*, *Analysis Knowledge*, dan *Utilization Knowledge*.

### Kemampuan Berpikir Aljabar Kategori Sedang (Subjek S2)

The image shows handwritten algebraic work for Subject S2, divided into three sections by blue brackets on the right:

- Retrieval:**

Diketahui : Bola basket = A  
Bola kaki = B

$$- 2A + B = 170.000$$

$$B = 170.000 - 2A$$
- Comprehension knowledge:**

$$A + 2B = 185.000$$

$$A + 2(170.000 - 2A) = 185.000$$

$$A + 510.000 - 6A = 185.000$$

$$- 5A = 185.000 - 510.000$$

$$- 5A = - 325.000$$

$$A = \frac{- 325.000}{- 5} = 65.000$$

Jadi, harga satu bola basket 65.000
- Analysis knowledge:**

$$- 2A + B = 170.000$$

$$2(65.000) + B = 170.000$$

$$130.000 + B = 170.000$$

$$B = 170.000 - 130.000$$

$$B = 40.000$$

Jadi, harga satu bola kaki 40.000.

**Gambar 2. Hasil Pekerjaan Subjek S2**

Berdasarkan hasil pekerjaan subjek S2 tampak bahwa subjek menuliskan semua informasi yang diketahui pada soal. Subjek menuliskan variabel pada masing-masing soal. Selain itu, kemampuan kognitif subjek S2 juga dapat dilihat berdasarkan levelnya. Pada level 1 yaitu *Retrieval Knowledge*, subjek S2 mampu memaparkan diketahui dan ditanya dengan benar. Pada level 2 yaitu *Comprehension Knowledge*, subjek S2 mampu

menuliskan permisalan dengan benar tetapi dalam menuliskan persamaan tidak menggunakan langkah-langkah dan struktur yang lengkap. Pada level 3 yaitu *Analysis Knowledge*, subjek S2 mampu memilih penyelesaian dengan benar. Pada level 4 yaitu *Utilization Knowledge*, subjek S2 mampu menyelesaikan pertanyaan soal dengan benar namun tidak menuliskan kesimpulannya. Dengan demikian, berdasarkan hasil pekerjaan subjek S2 dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat memenuhi tiga tahap kognitif yakni *Retrival Knowledge*, *Comprehension Knowledge*, dan *Analysis Knowledge*. Berikut disampaikan hasil penelusuran melalui wawancara dengan subjek S2.

P1 : Apa yang Anda lakukan ketika pertama kali diberikan soal tersebut?

S2: Memahami informasi yang ada pada soal dan langkah yang dilakukan dalam penyelesaian.

P1: Langkah apa yang ada lakukan setelah mengetahui informasi-informasi yang ada pada soal?

S2: Membuat persamaan dengan simbol untuk bola basket  $a$  dan bola kaki  $b$ . Kemudian langsung menentukan penyelesaiannya.

P1 : Pada proses pengerjaan soal Anda?

S2: Saya menggunakan metode substitusi, Pak, karena saya merasa lebih mudah dalam mengerjakannya.

Berdasarkan hasil wawancara subjek S2 tersebut, maka dapat dinyatakan bahwa subjek S2 memahami tujuan permasalahan dan memilih metode alternatif dalam menyelesaikan masalah, penggunaan metode alternatif mempercepat proses penyelesaian masalah. Selain itu, subjek S2 juga telah memiliki pemahaman yang baik terhadap masalah dan tujuannya serta telah memilih metode yang diyakininya sebagai solusi tercepat. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 telah mampu menyelesaikan tiga level kognitif yaitu *Retrieval Knowledge*, *Comprehension Knowledge*, dan *Analysis Knowledge*.

### Kemampuan Berpikir Aljabar Kategori Rendah (Subjek S3)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 170.000 \\ 3x + 4y = 185.000 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_3 \\ x_2 \end{matrix} \quad \begin{cases} 6x + 9y = 510.000 \\ 6x + 8y = 370.000 \end{cases}$$

$$y = 140.000$$

$$2x + 3(140.000) = 170.000$$

$$2x + 420.000 = 170.000$$

$$2x = 170.000 - 420.000$$

$$2x = -250.000$$

$$x = -125.000$$

bola basket

} Analysis

**Gambar 3. Hasil Pekerjaan Subjek S3**

Berdasarkan Gambar 3, hasil pekerjaan subjek S3 dengan sistem kognitif dapat dilihat bahwa subjek tidak memenuhi langkah-langkah level 1 yaitu *Retrival Knowledge* di mana subjek S3 tidak dapat melakukan proses awal yaitu menuliskan terlebih dahulu apa yang diketahui dan ditanyakan. Pada level 2 yaitu *Comprehension Knowledge*, subjek S3 tidak dapat menuliskan pemisalan dan persamaan dengan benar. Pada level 3 yaitu *Analysis Knowledge*, subjek S3 tidak dapat menjawab pertanyaan soal dengan benar, dalam level ini subjek dapat menggunakan metode penyelesaian, tetapi dalam langkah pengerjaannya tidak dituliskan secara lengkap dan benar. Pada level 4 yaitu *Utilization Knowledge*, subjek S3 mampu memperoleh hasil dari perhitungan yang dilakukan, tetapi hasil yang diperoleh tidak benar. Subjek menuliskan sebuah kesimpulan dari soal namun salah dalam kalkulasinya. Hasil tersebut memperlihatkan bahwa subjek S3 telah mampu memenuhi satu level kognitif yaitu *Analysis Knowledge*. Berikut disampaikan hasil penelusuran melalui wawancara dengan subjek S3.

P1 : Apa yang Anda lakukan ketika pertama kali diberikan soal tersebut?

S3: Memahami informasi yang ada pada soal dan langkah yang dilakukan dalam penyelesaian.

P1 : Apakah Anda memahami tentang soal yang akan Anda kerjakan?

S3: Paham, Pak yaitu tentang persamaan linear.

P1 : Apakah Anda tertarik mengerjakannya?

S3: Tertarik, Pak. Akan tetapi saya agak bingung dan lupa, jadi harus buka buku.

P1: Metode apa yang Anda gunakan?

S3: Metode eliminasi dan substitusi, Pak.

P1: Kenapa kamu tidak merinci terlebih dahulu pada masing-masing variabel?

S3: Supaya lebih cepat dalam mengerjakan, Pak.

Berdasarkan hasil wawancara dan tes yang dilakukan peneliti pada subjek S3 dapat disimpulkan bahwa pada sistem kognitif subjek S3 memahami materi yang ada pada soal dan berupaya mengerjakan soal supaya memperoleh hasil yang baik, tetapi akibat dari *Comprehension* (pemahaman) subjek S3 kurang tepat dalam memvisualisasikan masalah, kemudian menerjemahkan masalah ke dalam bentuk bahasa matematika dengan menuliskan pemisalan dan persamaan dalam bentuk matematika sehingga hasil kesimpulan kurang tepat. Subjek S3 hanya mampu menyelesaikan satu level kognitif yaitu *Analysis Knowledge*.

### **Analisis Data Subjek S1 dengan Kemampuan Berpikir Aljabar Tinggi**

Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi yaitu subjek S1 mampu menyelesaikan semua level kognitif yaitu *Retrival Knowledge*, *Comprehension Knowledge*, *Analysis Knowledge*, dan *Utilization Knowledge*.

Pada sistem kognitif level *Retrival Knowledge* diperoleh hasil sebagai berikut. Pertama, subjek S1 mampu melakukan koordinasi dengan membuat pemisalan bola basket dan bola kaki. Kemudian menetapkan bentuk persamaannya, menggunakan pemisalan untuk bola kaki dan bola basket dengan menggunakan simbol  $x$  dan  $y$ , menampilkan hubungan secara simbol, numerik, dan secara verbal. Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi berinteraksi dengan penalaran induktif dan deduktif sehingga subjek S1 mampu mengidentifikasi kebenaran dalam menafsirkan informasi dalam mencapai tujuan atau kesimpulan. Pada sistem kognitif level *Comprehension Knowledge* mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi mampu melakukan aktivitas mempresentasikan masalah

dalam hubungan antar variabel di mana subjek mampu membuat model matematika  $2x + y = 170.000$  dan  $x + 3y = 185.000$ , hal ini sesuai dengan apa yang diketahui pada soal, mahasiswa memodelkan secara detail pada masing-masing variabel sehingga tidak ada yang terlewat.

Pada sistem kognitif level *Analysis Knowledge* mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi menguji identifikasi masalah dengan menyelesaikan soal sesuai dengan penerapan dua metode yaitu substitusi dan eliminasi. Subjek dapat mengimplementasikan rumus dalam menyelesaikan permasalahan soal. Subjek S1 dapat menyelesaikannya dengan lengkap dan terstruktur. Subjek S1 mampu menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan secara detail. Proses mengidentifikasi kemudian memisalkan serupa dengan subjek S1. Memisalkan sebuah bola kaki dan bola basket, subjek S1 membuat model matematikanya. Model matematika ini digunakan untuk menyelesaikan soal, setelah itu strategi yang dipilih yaitu dengan mengeliminasi dan mensubstitusi. Pada sistem kognitif level *Utilization Knowledge*, mahasiswa yang memiliki kemampuan berpikir aljabar kategori tinggi mampu mengorganisir dengan lebih baik dalam mengestrak kesimpulan.

Berdasarkan paparan tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi ini mampu memenuhi indikator kemampuan berpikir aljabar yaitu indikator generasional di mana subjek mampu menampilkan hubungan secara visual (gambar), simbol, secara numerik dan secara verbal, mampu memahami generalisasi yang muncul dari soal, mampu menentukan makna variabel dari suatu masalah dan mempresentasikan masalah dalam hubungan antar variabel. Pemenuhan indikator generasional sangat penting dalam proses awal memecahkan masalah matematika. Pengenalan notasi variabel penting dalam perkembangan kemampuan berpikir aljabar mahasiswa sebagai dasar untuk membangun generasional (Brizuela, *et al.*, 2015), subjek juga memahami maksud soal dengan baik dan mengutarakan kembali dengan menggunakan bahasanya sendiri.

Langkah pertama yang dilakukan subjek dalam memecahkan masalah yaitu mengetahui banyak bola kaki dan bola basket, lalu banyak bola kaki dikalikan 2 dan ditambah 1 bola basket, kemudian 1 bola kaki

ditambah 3 bola basket sehingga diperoleh pemecahan. Jika diketahui banyak bola kaki adalah  $x$  buah dan bola basket  $y$ , maka selanjutnya subjek S1 mampu menuliskan  $2x + y = 170.000$  dan  $x + 3y = 185.000$ . Subjek S1 memenuhi indikator level meta global dengan melakukan penyelesaian persamaan dengan menentukan nilai  $x$  dan  $y$  yang mewakili banyak bola kaki dan bola basket, dari kegiatan ini subjek memperoleh hasil  $x = 65000$  dan  $y = 40000$ . Subjek dalam memecahkan masalah juga memberikan cara/alternatif lain dalam mengerjakan dengan menggunakan dua cara dalam mengerjakan soal menggunakan eliminasi dan substitusi. Subjek S1 mampu menggunakan aljabar untuk menganalisis perubahan, hubungan dan memprediksi suatu masalah dalam matematika dan memodelkan masalah dan menyelesaikannya permasalahan matematika dengan tepat dan benar. Sesuai dengan hasil penelitian (Isroil *et al.*, 2017) bahwa pada tahap perancangan solusi, subjek berkemampuan matematika tinggi membuat model matematika berdasarkan informasi yang ada dalam soal, dan pada tahap implementasi solusi, subjek dengan benar menggunakan pengetahuan tentang operasi aritmatika dan aljabar.

Berdasarkan uraian di atas, diketahui bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar tinggi mampu memecahkan masalah matematika dengan benar yaitu dengan memenuhi level kognitif dan indikator berpikir aljabar. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian (Maulidiah, 2016) bahwa dalam pemecahan masalah, subjek berkemampuan matematika tinggi melakukan langkah demi langkah penyelesaian masalah dan tanda-tanda berpikir aljabar selalu muncul dalam pemecahan masalah matematika. Hasil penelitian lain juga menyatakan mahasiswa dengan tingkat pemahaman konseptual yang tinggi mampu memecahkan masalah dalam berbagai bentuk dan pengaturan yang berbeda (Ibrahim, *et al.*, 2020). Penelitian ini sejalan dengan penelitian (Siregar & Firmansyah, 2021) yang menyatakan bahwa mahasiswa dengan kemampuan kognitif tinggi memiliki kemampuan memahami masalah, membuat rencana untuk menyelesaikan masalah, melaksanakan rencana, dan melakukan *review* dengan sangat baik.

## **Analisis Data Subjek S2 dengan Kemampuan Berpikir Aljabar Sedang**

Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang dengan subjek S2 hanya mampu menyelesaikan tiga level kognitif yaitu *Retrieval Knowledge*, *Comprehension Knowledge*, dan *Analysis Knowledge*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang cukup baik dalam memahami soal, walaupun dalam mengerjakan kurang lengkap.

Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang pada sistem kognitif level *Retrieval Knowledge* diperoleh hasil bahwa mahasiswa melakukan pemisalan menggunakan simbol kemudian mengaplikasikan operasi, menganalisis masalah untuk digali, membentuk hipotesis, dan membangun model serta pembentukan generasional. Ketika menjawab soal yang diberikan subjek S2 lebih singkat dan langsung pada ke tahap intinya. Hasil lembar jawaban, menunjukkan bahwa subjek S2 tidak menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, namun langsung menuliskan simbol matematika. Dengan langsung memisalkan sebuah bola kaki dan bola basket, dengan menulis  $2A + B = 170.000$ , kemudian memperoleh hasil  $B = 170.000 - 2A$ . Dalam proses ini penalaran abduktif dan penalaran induktif meningkatkan pembentukan generalisasi.

Pada sistem kognitif level *Comprehension Knowledge* mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang dapat menyelesaikan permasalahan pada soal. Subjek mampu menyelesaikan hasil penyelesaian dan menggunakan satu cara untuk menyelesaikan permasalahan. Subjek mampu mencipta dalam menggunakan simbol matematika sehingga mampu mengerjakan soal atau cara penyelesaian hal tersebut dapat dilihat dari pekerjaannya yang sudah benar. Mahasiswa menggeneralisasi properti yang hanya berlaku untuk kondisi tertentu pada situasi yang berbeda.

Pada sistem kognitif level *Analysis Knowledge* Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang mampu menggunakan hasil analisis untuk menyelesaikan masalah menggunakan satu cara yaitu substitusi. Subjek S2 melakukan tahap pemisalan, kemudian subjek menerapkan strategi untuk langsung melakukan penyelesaian, dengan langkah pertama subjek melakukan substitusi pada persamaan awal. Persamaan yang



dimaksud merupakan persamaan 1 dan persamaan 2 yang didapatkan dari apa yang diketahui (walaupun tidak tertulis) dan mengganti sebuah bola kaki dan bola basket dengan variabel yang telah dimisalkan  $A$  dan  $B$ . Subjek S2 pada langkah awal untuk substitusi yaitu dengan menentukan nilai  $B$ , diperoleh  $2A + B = 170.000$ , kemudian memperoleh hasil  $B = 170.000 - 2A$ . Setelah mendapatkan nilai  $B$ , subjek S2 menggunakan cara yang sama yaitu substitusi untuk persamaan 2, kemudian  $B$  disubstitusikan ke persamaan  $A + 3B = 185.000$ . Setelah itu melakukan operasi pengurangan untuk mendapatkan nilai  $A$ . Selanjutnya, setelah memperoleh nilai, subjek S2 mensubstitusikan kembali ke persamaan 1 yaitu  $2A + B = 170.000$  untuk memperoleh nilai  $B$ . Kemudian menghitung jumlah harga masing-masing bola kaki dan bola basket yang dibeli. Pada langkah ini, setelah menemukan hasil dari berapa bola kaki dan bola basket yang terbeli, subjek S2 tidak menuliskan secara lengkap kesimpulan sehingga pada kategori kognitive level *Utilization Knowledge* tidak terpenuhi.

Berdasarkan paparan tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa mahasiswa memenuhi indikator kemampuan berpikir aljabar. Subjek memenuhi indikator kemampuan berpikir aljabar yaitu generasional, transformasional, dan meta global. Pada indikator generasional mahasiswa mampu membentuk generalisasi yang muncul dari pola dan mahasiswa mampu mempresentasikan masalah dalam hubungan antar variabel walaupun tidak lengkap dalam menuliskan ke bentuk bahasa matematika seperti yang dilakukan oleh subjek S1. Pada indikator transformasional mahasiswa mampu menyelesaikan persamaan aljabar, menganalisis hubungan dan melakukan operasi bentuk aljabar. Pada indikator level meta global mahasiswa melakukan tahap pemodelan matematika, memecahkan masalah penemuan dan pembuktian. Subjek mengerti apa yang menjadi pertanyaan pada soal dengan baik, kemudian subjek memberikan penjelasan dan memaparkan kembali menggunakan bahasanya sendiri. Dalam penjabarannya subjek menggunakan simbol sebagai pengganti variabel bola kaki dan bola basket. Subjek S2 tidak menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan, melainkan langsung menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan yaitu dengan memisalkan sebuah bola kaki

dan bola basket sebagai  $2A + B$ . Selanjutnya, subjek menentukan strategi untuk menyelesaikan dan memperoleh kesimpulan. Dalam pengerjaannya, subjek S2 hanya menggunakan satu cara yaitu metode substitusi langsung  $2A + B = 170.000$ , kemudian memperoleh hasil  $B = 170.000 - 2A$ . Selanjutnya disubstitusikan lagi ke persamaan awal  $A + 3B$ , sehingga diperoleh nilai  $A = 65000$  dan  $B = 40000$ . Walaupun dalam mengerjakan berbeda cara dengan tetapi hasilnya tetap sama. Situasi ini dianggap fakta bahwa mahasiswa belajar aritmatika berorientasi pada hasil dasar dan bahwa mereka fokus pada perhitungan (Kızıltoprak, A., & Köse, N. Y., 2017) mahasiswa cenderung melakukan perhitungan (Kieran, 2004). Mahasiswa dapat memberikan jawaban yang berbeda untuk pertanyaan yang sama tergantung pada pendekatan mereka terhadap pertanyaan (Pratiwi *et al.*, 2018).

Berdasarkan hal tersebut, maka mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar sedang memenuhi semua level kognitif dan indikator berpikir aljabar. Hasil ini sesuai dengan penelitian (Isroil *et al.*, 2017) bahwa subjek berkemampuan matematika sedang merancang rencana pemecahan masalah dengan membuat model matematika sesuai dengan informasi yang diperoleh dari masalah dan melaksanakan rencana pemecahan masalah dengan benar. Hasil ini juga sesuai dengan hasil penelitian (Maulidiah, 2016) bahwa dalam menyelesaikan masalah subjek dengan kemampuan matematika rata-rata melakukan langkah demi langkah penyelesaian masalah dan menunjukkan tanda-tanda berpikir aljabar dalam menyelesaikan masalah.

### **Analisis Data Subjek S3 dengan Kemampuan Berpikir Aljabar Rendah**

Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar rendah dengan subjek S3 hanya mampu menyelesaikan satu level kognitif yaitu *Analysis Knowledge*. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar rendah kurang memahami soal dengan baik. Pada sistem kognitif level *Retrival Knowledge*, subjek S3 tidak menuliskan informasi permasalahan yang ada pada soal dengan jelas dan rinci. Subjek tidak mengutarakan kembali menggunakan bahasa matematika untuk

memperoleh model matematika, sehingga pada level ini subjek tidak memenuhi kategori *Retrival Knowledge*. Pada mahasiswa kemampuan berpikir aljabar rendah mahasiswa tidak memenuhi indikator generasional karena tidak mampu menggeneralisasi permasalahan yang ada pada soal. Subjek S3 juga tidak mampu menentukan dengan baik variabel dari permasalahan yang muncul pada soal sehingga subjek tidak mampu mempresetasikan masalah pada soal.

Pada sistem kognitif level *Comprehension Knowledge*, subjek belum mampu menerjemahkan permasalahan pada soal ke dalam bahasa Indonesia dengan baik. Pada kategori ini indikator berpikir aljabar transformasional juga tidak terpenuhi dikarenakan mahasiswa belum mampu menentukan bentuk aljabar yang *ekuivalen*, belum mampu menentukan penyelesaian dari persamaan aljabar dengan baik. Pada sistem kognitif level *analysis knowledge*, subjek menggunakan dua metode eliminasi dan substitusi, tetapi dalam menghubungkan permasalahan pada operasi aljabar subjek belum mampu melakukan analisis dengan benar. Terjadi kesalahan pada saat pengoperasian eliminasi di mana subjek sudah salah dalam menentukan variabel  $x$  dan  $y$  sehingga perhitungannya menjadi salah. Berdasarkan hal tersebut, maka hasil pekerjaan subjek S3 tidak tepat sehingga kategori kognitif level *Utilization Knowledge* tidak terpenuhi. Mahasiswa belum mampu menggunakan aljabar untuk menganalisis perubahan, hubungan dan meprediksi suatu masalah dalam matematika, mahasiswa belum mampu memodelkan masalah dan menyelesaikan masalah matematika, sehingga mahasiswa pada kemampuan berpikir aljabar rendah tidak memenuhi indikator level meta global.

Berdasarkan paparan tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa mahasiswa tidak memenuhi indikator kemampuan berpikir aljabar. Pada indikator generasional mahasiswa belum mampu mempresentasikan objek aljabar dengan benar, kemudian membentuk generalisasi yang muncul dari pola sehingga mahasiswa tidak dapat memahami permasalahan dengan baik, sehingga dari hasil diperoleh subjek hanya memenuhi level kognitif *Analysis Knowledge* dan tidak memenuhi ketiga indikator berpikir aljabar. (Isroil *et al.*, 2017) dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa subjek

memiliki kemampuan matematika yang rendah dalam merancang rencana solusi membuat model matematika yang tidak sesuai dengan informasi yang diterima, hal ini disebabkan subjek tidak melakukan operasi abstraksi dengan benar dan ketika mengimplementasikan rencana solusi, menggunakan pengetahuan operasi aritmatika sebelumnya tetapi membuat kesalahan yang mengakibatkan hasil solusi yang salah.

## **SIMPULAN**

Mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar pada kategori tinggi dan sedang dengan subjek S1 dan S2 telah mampu memenuhi semua indikator. Pada indikator generasional, subjek mampu menampilkan hubungan secara visual (gambar), simbol, secara numerik dan secara verbal, mampu melakukan generalisasi dari soal yang muncul, mampu menentukan makna variabel suatu masalah kemudian mempresentasikan masalah yang berhubungan antar variabel. Subjek S1 juga memenuhi indikator transformasional di mana mahasiswa mampu menemukan bentuk aljabar yang ekuivalen, mampu melakukan operasi bentuk aljabar, dan mampu melakukan penyelesaian pada persamaan aljabar. Selanjutnya, pada indikator level meta global juga telah terpenuhi.

Berdasarkan sistem kognitif, subjek S1 memenuhi semua level kognitif dan untuk subjek S2 tidak memenuhi level kognitif pada *Utilization Knowledge*. Pada mahasiswa dengan kemampuan berpikir aljabar pada kategori rendah, subjek S3 tidak memenuhi indikator berpikir aljabar dan memenuhi satu level kognitif yaitu *Analysis Knowledge*. Adapun rekomendasi untuk penelitian selanjutnya adalah kemampuan berpikir aljabar dapat ditingkatkan dengan beberapa model pembelajaran yang kemudian dapat dilakukan oleh peneliti lain sebagai upaya mendukung komponen ide aljabar yaitu aljabar sebagai generalisasi aritmatik; aljabar sebagai bahasa matematika, dan aljabar sebagai alat untuk fungsi pemodelan matematika, sehingga kemampuan berpikir aljabar mahasiswa dapat diterapkan secara maksimal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Agoestanto, A., Sukestiyarno, Y. L., Isnarto, Rochmad, & Lestari, M. D. (2019). The position and causes of students errors in algebraic thinking based on cognitive style. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1431–1444. <https://doi.org/10.29333/iji.2019.12191a>.
- Arifin, Z. (2012). *Metodologi Penelitian Pendidikan (Filosofi, Teori, dan Aplikasinya)*. Surabaya: Lentera Cendika. Retrieved from [http://ruangbaca-pasca.unesa.ac.id/index.php?p=show\\_detail&id=189](http://ruangbaca-pasca.unesa.ac.id/index.php?p=show_detail&id=189)
- Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A., & Murphy Gardiner, A. (2015). Children’s use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(1), 34-63. <https://doi.org/10.1080/10986065.2015.981939> .
- Destrianti, S., Septiana, A., & Harmi, H. (2022). Kemampuan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Berbasis *Higher Order Thinking Skills* (HOTS). *Arithmetic: Academic Journal of Math*, 4(1), 33-42. <http://dx.doi.org/10.29240/ja.v4i1.4160>
- Faizah, H. (2019). Pemahaman Mahasiswa Tentang Konsep Grup pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *MUST:Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 4(1): 23-34. <http://dx.doi.org/10.30651/must.v4i1.2267>.
- Ferryansyah, Widyawati, E., & Rahayu, S. W. (2018). The analysis of students’ difficulty in learning linear algebra. *Journal of Physics: Conference Series*, 1028(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012152>
- Dekker, T., & Dolk, M. (2011). From arithmetic to algebra. In *Secondary algebra education* (pp. 69-87). Retrieved from <https://brill.com/display/book/edcoll/9789460913341/BP000005.xml>
- Hendroanto, A., van Galen, F., van Eerde, D., Prahmana, R.C.I., Setyawan, F., & Istiandaru, A. (2018). Photography activities for developing students’ spatial orientation and spatial visualization. *Journal of Physics: Conference Series*, 943(1), 012029.

- <https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012029>.
- Ibrahim, N. N., Ayub, A. F. M., & Yunus, A. S. M. (2020). Impact of Higher Order Thinking Skills (HOTS) Module Based on the Cognitive Apprenticeship Model (CAM) on Student's Performance. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 19(7), 246-262. <https://doi.org/10.26803/ijlter.19.7.14>
- Isroil, A., Budayasa, I. K., dan Masriyah. 2017. "Profil Berpikir Mahasiswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika". *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*. 2(2), 93-105. <https://doi.org/10.15642/jrpm.2017.2.2.93-105>.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151. Retrieved from [https://www.researchgate.net/profile/Carolyn-Kieran-2/publication/228526202\\_Algebraic\\_thinking\\_in\\_the\\_early\\_grades\\_What\\_is\\_it/links/55895b8408ae2affe714d428/Algebraic-thinking-in-the-early-grades-What-is-it.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Carolyn-Kieran-2/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grades_What_is_it/links/55895b8408ae2affe714d428/Algebraic-thinking-in-the-early-grades-What-is-it.pdf)
- Kızıltoprak, A., & Yavuzsoy Köse, N. (2017). Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(1), 131-145. Retrieved from <https://www.iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/305>.
- Kuswana, W. S. (2012). *Taksonomi Kognitif Perkembangan Ragam Berpikir*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya Offset. Retrieved from <https://pustaka.unm.ac.id/opac/detail-opac?id=37096>
- Maulidiah, N. (2016). Profil Berpikir Aljabar Siswa SMP dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *MATHEdunesa Jurnal Imiah Pendidikan Matematika*, 3(5), 414-418. Retrieved from <https://garuda.kemdikbud.go.id/documents/detail/1577982>
- Marzano, R. J., & Kendall, J. S. (2007). Praise for the Second Edition of The New Taxonomy of Educational Objectives. Corwin Press, i-ii. Retrieved from [https://books.google.com/books?hl=id&lr=&id=JT4KAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Marzano,+R.+J.,+%26+Kendall,+J.+S.+\(2007\).+Praise+for+the+Second+Edition+of+The+New+Taxonomy+of+E](https://books.google.com/books?hl=id&lr=&id=JT4KAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Marzano,+R.+J.,+%26+Kendall,+J.+S.+(2007).+Praise+for+the+Second+Edition+of+The+New+Taxonomy+of+E)

[ducational+Objectives.+Corwin+Press,+i%E2%80%9393ii.&ots=xmfXOxhB8y&sig=fAFScTFiljy4R6LiOtnLflOrrE](#)

- Müller, T. J., Cury, H. N., & A, J. V. (2014). A Discussion about Errors in Algebra for Creation of Learning Object. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 1(1), 42-50–50. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/147937>
- Mustaffa, N., Ismail, Z., Tasir, Z., & Said, M. N. H. B. M. (2015). A review on the developing algebraic thinking. *Advanced Science Letters*, 21(10), 3381–3383. <https://doi.org/10.1166/asl.2015.6511>
- Mustafa, G., & Derya, C. (2016). A research on future mathematics teachers instructional explanations: The sample of Algebra. *Educational Research and Reviews*, 11(16), 1500–1508. <https://doi.org/10.5897/err2016.2823>
- Nissa, I. C. (2021). Eksplorasi Kemampuan Siswa Memecahkan Masalah Program Linier Grafik dan Soal Cerita. *Arithmetic: Academic Journal of Math*, 3(1), 27-46. <http://dx.doi.org/10.29240/ja.v3i1.2707>
- Pratiwi, V., Herman, T., & Lidinillah, D. A. M. (2018). Upper Elementary Grades Students' Algebraic Thinking Ability in Indonesia. *IJAEDU-International E-Journal of Advances in Education*, III(9), 705–715. <https://doi.org/10.18768/ijaedu.390554>
- Quinlan, C. (2001). From geometric patterns to symbolic algebra is too hard for many. *Numeracy and Beyond*, 426-433.
- Siregar, N. N., & Firmansyah, F. (2021). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Teori Polya pada Mahasiswa SD Kelas VI Kabupaten Manokwari. *Jurnal Elementaria Edukasia*, 4(1), 116–122. <https://doi.org/10.31949/jee.v4i1.3040> .
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Kombinasi (Mix Methods)*. Bandung: Alfabeta.
- Sugiyono. (2019). *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Suominen, A.L. (2018). Abstract Algebra and Secondary School Mathematics Connections as Discussed by Mathematicians and Mathematics Educators dalam Wasserman, N.H. (Ed.), *Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary*

- Mathematics Teachers. New York, NY, USA: Springer. Retrieved from [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-99214-3\\_8](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-99214-3_8)
- Usiskin, Z. 2012. What does it Mean to Understand some Mathematics?. 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul: Korea. Retrieved from [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-17187-6\\_46](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-17187-6_46)
- Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 523-550. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9289-0>
- Zuya, E. H., & Kwalat, S. K. (2015). Teacher's Knowledge of Students about Geometry. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 13(3). Retrieved from <http://hdl.handle.net/123456789/2034>